https://yadi.sk/d/ubU5vyZgzJKZOQ

Тема: Предмет и задачи математической статистики. Случайные величины и их характеристики.

1. ***Изучить теоретический материал, составить конспект (записать определения, формулы, примеры).***

1) **Математическая статистика** является логическим продолжением **теории вероятностей**. Отличие состоит в том, что теория вероятностей даёт теоретическую оценку случайным событиям, а статистика работает с практическими, или как говорят, ***эмпирическими*** данными, которые берутся непосредственно «из жизни».

Что такое математическая статистика? Математическая статистика изучает методы сбора и обработки *статистической информации* для получения научных и практических выводов. Статистическая – это та, которую можно выразить числами. Эта информация появляется в результате исследования массовых явлений, которые носят случайный характер.

Для изучения темы желательно знать **азы теории вероятности**, в частности, **случайные величины** – многие понятия и формулы будут очень и очень схожи.

Случайной величиной называется переменная *X*, которая в результате испытания может принять одно и только одно значение, не известное заранее и зависящее от исхода испытания.

Случайные величины, как правило, **обозначают** через X, Y, Z *****, а их значения – соответствующими маленькими буквами с подстрочными индексами, например, x_1, x_2, x_3.

***Пример* 1.** При бросании игральной кости случайной является величина *X* – число очков, которое выпадет на верхней грани. Возможными значениями величины *X* служат числа 1, 2, 3, 4, 5, 6.

***Пример* 2.** Число родившихся мальчиков среди ста новорожденных есть случайная величина *X*, возможными значениями которой являются числа 0, 1, 2, 3, ,.. .,., 100.

Величина *X* называется ***дискретной случайной величиной***, если множество ее возможных значений представляет собой конечную или бесконечную последовательность чисел $x_1, x_2, ..., x_n, ...$ и если каждое соотношение $X = x_i$ ($i = 1, 2, ...$) является элементарным случайным событием и имеет определенную вероятность $p_i = \mathbf{P}(X = x_i)$.

Мы будем рассматривать дискретные случайные величины лишь с конечными множествами значений.

Законом распределения дискретной случайной величины X называется соответствие между возможными значениями x_i и их вероятностями p_i.

Закон распределения (как и всякую функцию) можно задать таблично, аналитически и графически. Если случайная величина X может принимать лишь конечное число различных значений $x_1, x_2, ..., x_n$, то элементарные события $X = x_1$, $X = x_2$, ..., $X = x_n$ образуют полную группу и поэтому сумма их вероятностей равна единице, т. е.

$p_1 + p_2 + ...+ p_n = 1.$

Закон распределения такой величины может быть представлен в виде таблицы:

x_i	x_1	x_2	…	x_i	…	x_n
p_i	p_1	p_2	…	p_i	…	p_n

***<u>Пример</u>* 3.**

Вот, например, как выглядит таблица распределения вероятностей дискретной случайной величины X – числа очков, выпадающего при бросании правильной игральной кости:

x_i	*1*	*2*	3	*4*	5	*6*
p_i	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Здесь x_i – число очков на верхней грани игральной кости, p_i – вероятность выпадения этого числа очков.

<u>Пример 4</u>

В коробке находятся 50 лотерейных билетов, среди которых 12 выигрышных, причём 2 из них выигрывают по 1000 рублей, а остальные – по 100 рублей. Составить закон распределения случайной величины V – размера выигрыша, если из коробки наугад извлекается один билет.

Решение: Значения случайной величины принято располагать в <u>порядке их возрастания</u>. Поэтому мы начинаем с самого маленького выигрыша, и именно $v_1 = 0$ рублей.

Всего таковых билетов 50 – 12 = 38, и по **классическому определению**:
$p_1 = \frac{38}{50} = 0{,}76$ – вероятность того, что наудачу извлечённый билет окажется безвыигрышным.

С остальными случаями всё просто. Вероятность выигрыша $v_2 = 100$ рублей составляет:

$$p_2 = \frac{10}{50} = 0,2$$

И для $v_3 = 1000$: $p_3 = \frac{2}{50} = 0,04$

Проверка: $p_1 + p_2 + p_3 = 0,76 + 0,2 + 0,04 = 1$

Ответ: искомый закон распределения выигрыша:

V	0	100	1000
	0,76	0,2	0,04

2)Закон распределения полностью описывает случайную величину, однако на практике бывает полезно знать лишь некоторые её ***числовые характеристики***.

Математическое ожидание дискретной случайной величины

Математическим ожиданием М(*X*) дискретной случайной величины *X* называется сумма произведений всех ее возможных значений x_i на их вероятности p_i:

М(X) = $x_1p_1 + x_2p_2 + ...+ x_n p_n$.

Говоря простым языком, это *среднеожидаемое значение* при многократном повторении испытаний. Пусть случайная величина X принимает значения $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ с вероятностями $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ соответственно. Тогда математическое ожидание $M(X)$ данной случайной величины равно *сумме произведений* всех её значений на соответствующие вероятности:

$$M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 + x_3p_3 + \dots + x_np_n$$

или в свёрнутом виде:

$$M(X) = \sum_{i=1}^{n} x_ip_i$$

Вычислим, например, математическое ожидание случайной величины X – количества выпавших на игральном кубике очков:

$$M(X) = 1\cdot\frac{1}{6} + 2\cdot\frac{1}{6} + 3\cdot\frac{1}{6} + 4\cdot\frac{1}{6} + 5\cdot\frac{1}{6} + 6\cdot\frac{1}{6} = \frac{1+2+3+4+5+6}{6} = \frac{21}{6} = 3,5$$ очка

В чём состоит вероятностный смысл полученного результата? Если подбросить кубик достаточно много раз, то *среднее значение* выпавших очков будет близкО к 3,5 – и чем больше провести испытаний, тем ближе.

***Пример* 5.**

Некоторая игра имеет следующий закон распределения выигрыша:

u_i	-5	2,5	10
p_i	0,5	0,4	0,1

Возникает вопрос: а выгодно ли вообще играть в эту игру? На этот вопрос можно легко ответить, вычислив математическое ожидание, по сути – *средневзвешенный* по вероятностям выигрыш:

$M(U) = u_1p_1 + u_2p_2 + u_3p_3 = -5 \cdot 0{,}5 + 2{,}5 \cdot 0{,}4 + 10 \cdot 0{,}1 = -2{,}5 + 1 + 1 = -0{,}5$, таким образом, математическое ожидание данной игры **проигрышно**.

***Пример* 6.** Найти математическое ожидание случайной величины X, зная закон ее распределения:

x_i	- 1	0	1	2	3
p_i	0,2	0,1	0,25	0,15	0,3

M(X) = –1·0,2 + 0·0,1 + 1·0,25 + 2·0,15 + 3·0,3= 1,25.

Пример 7.

Некоторый человек играет в европейскую рулетку по следующей системе: постоянно ставит 100 рублей на «красное». Составить закон распределения случайной величины X – его выигрыша. Вычислить математическое ожидание выигрыша и округлить его до копеек. Сколько *в среднем* проигрывает игрок с каждой поставленной сотни?

Справка*: европейская рулетка содержит 18 красных, 18 чёрных и 1 зелёный сектор («зеро»). В случае выпадения «красного» игроку выплачивается удвоенная ставка, в противном случае она уходит в доход казино.*

Решение: игрок выигрывает 100 рублей в 18 случаях из 37, и поэтому закон распределения его выигрыша имеет следующий вид:

X	-100	100
	$\frac{19}{37}$	$\frac{18}{37}$

Вычислим математическое ожидание:

$$M(X) = x_1p_1 + x_2p_2 = -100 \cdot \frac{19}{37} + 100 \cdot \frac{18}{37} = -\frac{1900}{37} + \frac{1800}{37} = -\frac{100}{37} \approx -2{,}70$$

Таким образом, с каждой поставленной сотни игрок в среднем проигрывает 2,7 рубля.

Математическое ожидание обладает следующими свойствами.

а) Математическое ожидание постоянной величины *C* равно самой постоянной:

$\mathbf{M}(C) = C$.

б) Математическое ожидание суммы случайных величин равно сумме математических ожиданий слагаемых:

$$\mathbf{M}(X+Y)=\mathbf{M}(X)+\mathbf{M}(Y).$$

в) Математическое ожидание произведения независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий этих величин:

$$\mathbf{M}(X\cdot Y)=\mathbf{M}(X)\cdot\mathbf{M}(Y).$$

г) Постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания:

$$\mathbf{M}(\mathbf{C}\cdot\mathbf{X}) = \mathbf{C}\cdot\mathbf{M}(\mathbf{X})$$

Итак, мы выяснили, насколько полезно знать **математическое ожидание**, однако только этой характеристики ещё не достаточно для исследования случайной величины. Представим двух стрелков, которые стреляют по мишени. Один стреляет метко и попадает близко к центру, а другой… просто развлекается и даже не целится. Но что забавно, его *средний* результат будет точно таким же, как и у первого стрелка! Эту ситуацию условно иллюстрируют следующие случайные величины:

X	-1	1
	0,5	0,5

Y	-100	100
	0,5	0,5

«Снайперское» математическое ожидание равно $M(X)=-1\cdot 0{,}5+1\cdot 0{,}5=0$, однако и у второго стрелка: $M(Y)=-100\cdot 0{,}5+100\cdot 0{,}5=0$ – оно тоже нулевое!

Таким образом, возникает потребность количественно оценить, насколько далеко *рассеяны* пули (значения случайной величины) относительно центра мишени (математического ожидания). Ну а *рассеяние* с латыни переводится как ***дисперсия***.

Основной числовой характеристикой рассеяния возможных значений случайной величины *X* служит дисперсия D(*X*), которая определяется по формуле

$$\mathbf{D}(X)=\mathbf{M}(X-\mathbf{M}(X))^2.$$

Формулу для дисперсии можно привести к следующему виду, более удобному для вычислений:

$$\mathbf{D}(X)=\mathbf{M}(X^2)-\mathbf{M}^2(X).$$

Величина $\sigma=\sqrt{\mathbf{D}(X)}$ называется средним квадратическим отклонением случайной величины *X*.

Пример 4. Дискретная случайная величина распределена по закону:

x_i	- 1	0	1	2
p_i	0,2	0,1	0,3	0,4

Найти $\mathbf{D}(X)$.

Решение. Сначала находим

$\mathbf{M}(X) = –1·0,2 + 0·0,1 + 1·0,3 + 2·0,4 = 0,9$,

а затем

$\mathbf{M}(X^2) = (-1)^2·0,2 + 0^2·0,1 + 1^2·0,3 + 2^2·0,4 = 2,1$.

По последней формуле находим:

$$\mathbf{D}(X) = \mathbf{M}(X^2) - \mathbf{M}^2(X) = 2,1 - 0,81 = 1,29.$$

Итак, основная особенность случайной величины состоит в том, что нельзя заранее предвидеть, какое из возможных значений она примет в результате испытания. Однако при достаточно большом числе испытаний суммарное поведение случайных величин почти утрачивает случайный характер и становится закономерным. Весьма важным при этом является знание условий возникновения закономерностей случайной величины. Эти условия составляют содержание ряда теорем, получивших общее название закона больших чисел. Впервые этот закон (в простейшей его форме) был сформулирован Бернулли в виде теоремы, устанавливающей связь между вероятностью случайного события и его относительной частотой.

Относительной частотой $W(A)$ случайного события A называют отношение числа m испытаний, в результате которых событие произошло, к общему числу n проведенных испытаний:

$$W(A) = \frac{m}{n}.$$

Оказывается, что при многократном повторении испытания относительная частота случайного события принимает значения, близкие к вероятности того, что оно произошло в результате одного испытания. Например, знаменитый статистик К. Пирсон бросил монету 24000 раз и получил при этом 12012 гербов, что дает относительную частоту, очень близкую к вероятности, равной 1/2, появления герба в одном испытании.

Теорема Бернулли. С вероятностью, сколь угодно близкой к единице, можно утверждать, что при достаточно большом числе независимых испытаний относительная частота случайного события как угодно мало отличается от его вероятности при отдельном испытании.

Наиболее общим законом больших чисел является теорема П. Л. Чебышева, которая утверждает, что среднее арифметическое достаточно большого числа независимых случайных величин с равномерно ограниченными (не превышающими постоянного числа *C*) дисперсиями утрачивает характер случайной величины.

2.Ответить на контрольные вопросы (устно):

1. Дайте определение дискретной случайной величины.
2. Что называется законом распределения дискретной случайной величины?
3. Какой смысл имеет математическое ожидание дискретной случайной величины?
4. Как рассчитывается дисперсия дискретной случайной величины?
5. Что такое относительная частота случайного события?

3.Выполнить практическую работу (по вариантам):

Варианты 1,4

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X, зная закон ее распределения:

X	0,2	0,4	0,6	0,8	1
p	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

Варианты 2,5

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X, зная закон ее распределения:

X	3	4	5	6	7
p	0,2	0,15	0,05	0,25	0,35

Варианты 3,6

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины X, зная закон ее распределения:

X	-1	0	1	2	3
p	0,2	0,1	0,15	0,4	0,15

1 вариант	Баганов К., Бублик В, Киселев А.
2 вариант	Козлов М., Мехоношина В., Молодцова А.
3 вариант	Силантьев К., Фатуллаев Р., Федотов Н.
4 вариант	Филиппова К., Щекоткин Д., Крайнов А.
5 вариант	Ипполитов Е., Князев А., Мухин М., Нестеров А.
6 вариант	Осипов А., Царев Н., Тюленев Д., Штанько А.

Все практические работы выполнить на отдельных листках (оформлять аккуратно, разборчивым почерком) сфотографировать и отправить на электронную почту: **olga.georg.gor@yandex.ru**

Последующий материал дан для ознакомления.

Тема: Понятие генеральной совокупности и выборки.

1. ***Изучить теоретический материал. Рассмотреть примеры.***

Важнейшими понятиями математической статистики являются понятия генеральной совокупности и выборочной совокупности. Рассмотрим эти понятия на простых примерах.

Пример 1

Студент выполняет лабораторную работу по определению коэффициента вязкости жидкости методом Стокса.

Экспериментальная часть этой работы состоит в том, что в высокий цилиндрический сосуд с жидкостью сбрасывается достаточно маленький и тяжёлый шарик, после чего замеряется время его погружения.

Время погружения шарика зависит от множества случайных факторов: прямоты рук экспериментатора, погрешности измерения времени, хаотичного движения молекул жидкости и т.д., вплоть до влияния Луны. Поэтому эксперимент целесообразно провести 5-10 раз. Предположим, что в результате 5 опытов получены следующие результаты (в секундах): $t_1 = 6{,}9, \quad t_2 = 6{,}7, \quad t_3 = 7, \quad t_4 = 7{,}2, \quad t_5 = 6{,}8$

Что произошло? Студент собрал ***первичные*** *(ещё не обработанные)* статистические данные. Они *эмпирические* (взяты непосредственно из опыта), носят случайный характер.

Полученные экспериментальные значения называются ***вариантами (вариАнта** (существительное женского рода) – в статистике означает отдельно взятое эмпирическое значение*., а их совокупность – ***вариационным рядом***. Почему так? Потому что полученные значения *варьируются* под воздействием случайных факторов.

Далее студент должен обработать полученные данные. Во-первых, посмотреть, а нет ли среди полученных значений *варианты*, которая сильно отличается от всех остальных? Наличие такого значения сигнализирует о том, что соответствующий опыт проведён неудачно и его следует исключить из рассмотрения.

Нет, все значения достаточно близкИ друг к другу, и теперь напрашивается вычислить среднюю величину – разделить сумму значений на их $n=5$ количество:

$$\bar{t}=\frac{\sum_{i=1}^{5} t_i}{n}=\frac{t_1+t_2+t_3+t_4+t_5}{n}=\frac{6{,}9+6{,}7+7+7{,}2+6{,}8}{5}=\frac{34{,}6}{5}=6{,}92$$ секунды.

Это значение называют ***простой средней*** или ***средним арифметическим***. Его стандартно обозначают с чёрточкой наверху.

(математический значок $\sum$ *означает суммирование, а переменная* i *играет роль «счётчика»; в данном случае* i *изменяется от 1 до 5.*

Если есть сомнения на счёт точности, то лучше не полениться и провести 10 опытов, что, кстати, удобнее в плане вычислений (на 10 делить проще). И, разумеется, полученный результат будет надёжнее, чем в 1-м случае.

Статические данные обработаны, осталось сделать выводы. А именно, с помощью значения $\bar{t}$ вычислить коэффициент вязкости жидкости.

Пример 2

Студенческая группа сдала зачет по математике со следующими результатами:

x_i	2	3	4	5
N_i	5	10	7	3

Требуется определить среднюю успеваемость группы

Сбором статистических данных здесь занимался преподаватель, и обратите внимание на их характер: они эмпирические, массовые и отчасти случайные. Кому-то повезло с вопросом, кому-то нет, кто-то что-то вспомнил, забыл, списал, прогулял и так далее.

Как нетрудно понять, роль ***вариант*** x_i здесь играют полученные оценки, а N_i – это соответствующие ***частоты*** – количество студентов, которые получили ту или иную оценку. Подсчитаем общую численность группы:

$$N=\sum_{i=1}^{4} N_i=N_1+N_2+N_3+N_4=5+10+7+3=25$$ человек,

исследуемое множество называют ***статистической совокупностью***, а количество его элементов – ***объёмом*** совокупности.

Теперь обратим внимание на следующую вещь: двоечников и отличников у нас мало, а нормальных студентов много. И возникает вопрос: как вычислить «справедливую» среднюю оценку по всей совокупности? Решение напрашивается – с помощью так называемой ***средневзвешенной средней***:

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{4}x_i N_i}{\sum_{i=1}^{4}N_i}=\frac{x_1N_1+x_2N_2+x_3N_3+x_4N_4}{N}=\frac{2\cdot 5+3\cdot 10+4\cdot 7+5\cdot 3}{25}=$$

$$=\frac{10+30+28+15}{25}=\frac{83}{25}=3{,}32$$ – средняя успеваемость по группе.

Давайте проанализируем их **принципиальные отличия** этих двух примеров:

1) В первом примере проводится статистическое исследование *количественной* величины (времени), а во втором «оцифровывается» и анализируется *качественный* признак (успеваемость).

2) В первом случае исследуемая величина *непрерывна*, и, строго говоря, все полученные значения **различны** (отличаются хоть какими-то миллисекундами). Во втором случае варианты *дискретны*, т.е. представляют собой отдельно взятые изолированные значения. Следует заметить, что они не обязаны быть целыми, так, например, можно ввести в рассмотрение оценки 2,5; 3,5 и 4,5. И у дискретной величины, как правило, есть *неоднократно* встречающиеся (одинаковые) варианты, так, например, «пятёрка» встретилась 3 раза.

3) В первом примере речь идёт о ***выборке*** значений. Что это значит? Это значит, что шарик можно сбрасывать в воду гораздо бОльшее и теоретически вообще бесконечное количество раз. Таким образом, проведённые 5 опытов есть, по сути, *выборка*, которую называют ***выборочной совокупностью***. При этом соответствующее среднее значение принято называть ***выборочной средней***.

Второй пример отличен тем, что в нём исследуется ВСЯ совокупность, и поэтому её называют ***генеральной совокупностью***, а соответствующее среднее значение – ***генеральной средней***. Но такая ситуация редкость. Редко когда удаётся исследовать всю совокупность.

Рассмотрим **основной метод математической статистики**:

<u>Пример 3</u>

Некоторый статистик пошёл на базу исследовать помидоры. Требуется определить среднюю массу помидора и среднюю долю первосортных помидоров.

Разбираемся в ситуации. Очевидно, что на базе находится очень и очень много помидоров, обозначим их общее количество через N. Это *генеральная совокупность*. Для того чтобы решить задачу, можно взвесить каждый овощ: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_N$ (в граммах, например) и вычислить *генеральную среднюю*:

$$\bar{x}_Г=\frac{x_1+x_2+x_3+\ldots+x_N}{N}$$ – среднюю массу помидора.

Но это долго и трудно.

Поэтому для оценки параметров генеральной совокупности целесообразно использовать ***выборочный метод***. Его суть состоит в том, что из генеральной совокупности достаточно выбрать n объектов, которые хорошо характеризуют всю совокупность. Это «хорошо» называют ***представительностью*** или, как говорят, ***репрезентативностью*** выборки.

Что нужно для того, чтобы обеспечить репрезентативность?

Ну, во-первых, выборка должна быть достаточно велика, помидоров так 500-1000 точно, что уже вполне по силам даже одному человеку.

Во-вторых, отбор следует осуществлять *равномерно* – из каждого ящика.

В-третьих, отбор должен быть *случайным*. Для этого используются разные приёмы, и самый простой здесь – это выбор «вслепую» из случайно выбранного места ящика, обязательно с разной глубины (а то мало ли, что поставщик там мог спрятать).

И, в-четвёртых, есть и другие факторы, которые могут быть менее очевидны. В частности, важно знать, а *однородна* ли генеральная совокупность? Так, если помидоры поступили от разных поставщиков, то каждую партию полезно исследовать по отдельности (сделать несколько выборок).

Итак, пусть статистик по всем правилам выбрал n помидоров, и теперь дело за малым – взвесить каждый овощ: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ (граммы) и вычислить *выборочную среднюю*:

$$\bar{x}_в = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}$$ – среднюю массу помидора в выборке.

При этом очевидно, что чем больше ***объем*** n ***выборочной совокупности***, тем полученное значение будет точнее приближать генеральную среднюю $\bar{x}_Г$.

Если начать увеличивать выборку в два, три и бОльшее количество раз, то будут получаться выборочные средние, которые мало отличаются от уже рассчитанного значения $\bar{x}_в$. Это установлено эмпирически, в результате огромного количества реально проведённых исследований.

Таким образом, **нет никакого практического смысла** тратить силы, время, деньги, нервы на исследование бОльшей выборки и тем более, всей генеральной совокупности.

Вторая часть задачи. Определим вместе со статистиком среднюю долю высококачественных помидоров на базе.

В отличие от первого этапа, здесь мы исследуем уже *качественный* признак, для которого, тем не менее, можно сформулировать чёткие критерии. Пусть первосортный помидор – это красный, спелый, без видимых дефектов, массой выше среднего.

Совершенно понятно, что генеральная совокупность содержит K таких помидоров, и существует точное значение:

$$\omega_Г = \frac{K}{N}$$ – ***генеральная доля*** первосортных помидоров.

Но по причине трудозатратности и нецелесообразности полного исследования, достаточно подсчитать количество k таких овощей в выборке и вычислить: $\omega_в = \frac{k}{n}$ – ***выборочную долю***, которая будет весьма близка к истинному значению $\omega_Г$. Но это только, напомню, при условии грамотно организованной и проведённой выборки.

Доля, как вы догадываетесь, может принимать значение от 0 до 1, и иногда её домножают на 100, чтобы выразить этот показатель в процентах.

В качестве разминки предлагаю вам задачу с тремя пунктами различного уровня сложности. Проверьте наличие инструментов под рукой и свои навыки вычислений (Эксель ~~вечной живой~~ **по-прежнему тут**):

Пример 4

а) Урожайность картофеля по трём областям за год составила 147, 145, 155 ц/га (центнеров с га). Требуется вычислить среднюю урожайность.

Используем простую среднюю:

$$\bar{x} = \frac{147+145+155}{3} = \frac{447}{3} = 149$$

ц/га – в среднем по трём областям.

б) Известны следующие данные по трём областям:

Область	Общая посевная площадь, тыс. га	Урожайность, ц/га
А	139,80	147
Б	102,34	145
В	63,29	155

Требуется вычислить среднюю урожайность.

Обратите внимание, что здесь урожайность, скажем, по 3-й области велика, но её посевная площадь мала. Поэтому урожайность уместно «взвесить» по площадям.

Используем средневзвешенную (по площади) среднюю:

$$\bar{x} = \frac{147\cdot 139{,}8+145\cdot 102{,}34+155\cdot 63{,}29}{139{,}8+102{,}34+63{,}29} = \frac{20550{,}6+14839{,}3+9809{,}95}{305{,}43} =$$

$$= \frac{45199{,}85}{305{,}43} \approx 147{,}99$$

ц/га в среднем по трём областям.

в) вычислить среднюю урожайность по следующим данным:

Область	Валовой сбор картофеля, тыс. тонн	Урожайность, ц/га
А	2055	147
Б	1484	145
В	981	155

Здесь урожайность тоже следует переоценить через посевную площадь, используя формулу Посевная площадь = Валовой сбор / Урожайность:

$$\bar{x} = \frac{2055+1484+981}{\frac{2055}{147}+\frac{1484}{145}+\frac{981}{155}} \approx \frac{2055+1484+981}{13,980+10,234+6,329} = \frac{4520}{30,543} \approx 147,9876 \approx 147,99$$

ц/га в среднем по трём областям. Такой вид средней иногда называют ***средней гармонической****.*

И в заключение урока систематизируем самое важное:

Математическая статистика – это наука, изучающая методы сбора и обработки статистической информации для получения научных и практических выводов.

Основным методом математической статистики является **выборочный метод**, его суть состоит в исследовании представительной *выборочной совокупности* – для достоверной характеристики совокупности генеральной. Данный метод экономит временнЫе, трудовые и материальные затраты, поскольку исследование всей совокупности зачастую затруднено или невозможно.