

Тема: Действия с комплексными числами. Решение уравнений на множестве комплексных чисел.

1. Прослушайте звуковой файл <https://yadi.sk/d/hLVH5zmmKR8NSw>, одновременно читая лекцию.
2. Составить краткий конспект (записать примеры).

1. Повторим действия с комплексными числами. Для этого ещё раз рассмотрим примеры.

Пример 1. Дано: $z_1 = 6 - 3i$; $z_2 = -5 + 4i$

Найти: $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; z_1 / z_2 .

Решение: $z_1 + z_2 = (6 - 3i) + (-5 + 4i) = 6 - 3i - 5 + 4i = 1 + i$

$$z_1 - z_2 = (6 - 3i) - (-5 + 4i) = 6 - 3i + 5 - 4i = 11 - 7i$$

$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 &= (6 - 3i) \cdot (-5 + 4i) = 6 \cdot (-5) - 3i \cdot (-5) + 6 \cdot 4i - 3i \cdot 4i = -30 + 15i + 24i - 12i^2 = \\ &= -30 + 39i - 12 \cdot (-1) = -30 + 39i + 12 = -18 + 39i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{z_2} &= \frac{6 - 3i}{-5 + 4i} = \frac{(6 - 3i) \cdot (-5 - 4i)}{(-5 + 4i) \cdot (-5 - 4i)} = \frac{-30 + 15i - 24i + 12i^2}{(-5)^2 - (4i)^2} \\ &= \frac{-30 - 9i + 12 \cdot (-1)}{25 - 16i^2} = \frac{-30 - 9i - 12}{25 - 16 \cdot (-1)} = \frac{-42 - 9i}{41} = -\frac{42}{41} - \frac{9}{41}i \end{aligned}$$

2. Повторим алгоритм решения квадратных уравнений на множестве действительных чисел:

Общий вид квадратного уравнения: $ax^2 + bx + c = 0$, где $a \neq 0$

Найдем дискриминант $D = b^2 - 4ac$

а) Если $D > 0$, то уравнение имеет два различных действительных корня:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

б) Если $D = 0$, то уравнение имеет два одинаковых действительных корня:

$$x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$$

в) Если $D < 0$, то уравнение не имеет действительных корней.

Однако, на множестве комплексных чисел мы получаем возможность решать квадратные уравнения с отрицательным дискриминантом. Рассмотрим примеры:

Пример 2. Решить уравнение: $5x^2 - 6x + 5 = 0$

$$D = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 5 = 36 - 100 = -64 < 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{-64}}{2 \cdot 5} = \frac{6 \pm \sqrt{64 \cdot (-1)}}{10} = \frac{6 \pm \sqrt{64} \cdot \sqrt{-1}}{10} = \frac{6 \pm 8i}{10} = 0.6 \pm 0.8i$$

Пример 3. Решить уравнение: $9x^2 + 12x + 7 = 0$

$$D = b^2 - 4ac = 12^2 - 4 \cdot 9 \cdot 7 = 144 - 252 = -108 < 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-12 \pm \sqrt{-108}}{2 \cdot 9} = \frac{-12 \pm \sqrt{108 \cdot (-1)}}{18} = \frac{-12 \pm \sqrt{108} \cdot \sqrt{-1}}{18} = \frac{-12 \pm \sqrt{36 \cdot 3}i}{18} = \frac{-12 \pm 6\sqrt{3}i}{18} = \frac{-12}{18} \pm \frac{6\sqrt{3}i}{18} = -\frac{2}{3} \pm \frac{\sqrt{3}}{3}i$$

3. Выполнить практическую работу (по вариантам):

Вариант 1

1. Дано: $z_1 = 6 - 4i$; $z_2 = 1 + 2i$.

Вычислить: $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; z_1/z_2

2. Решить уравнение: $9x^2 - 12x + 7 = 0$

Вариант 2

1. Дано: $z_1 = 3 - 2i$; $z_2 = 5 + 3i$.

Вычислить: $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; z_1/z_2

2. Решить уравнение: $x^2 + 10x + 50 = 0$

Вариант 3

1. Дано: $z_1 = 1 + 5i$; $z_2 = -2 + 3i$.

Вычислить: $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; z_1/z_2

2. Решить уравнение: $x^2 + 4x + 29 = 0$

Вариант 4

1. Дано: $z_1 = 2 - i$; $z_2 = 1 + i$.

Вычислить: $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; z_1/z_2

2. Решить уравнение: $5x^2 + 6x + 5 = 0$

Вариант 5

1. Дано: $z_1 = 6 - 4i$; $z_2 = 1 + 2i$.

Вычислить: $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; z_1/z_2

2. Решить уравнение: $x^2 - 4x + 29 = 0$

Вариант 6

1. Дано: $z_1 = 3 - 2i$; $z_2 = 5 + 3i$.

Вычислить: $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; z_1/z_2

2. Решить уравнение: $x^2 - 10x + 50 = 0$

1 вариант	Баганов К., Бублик В, Киселев А.
2 вариант	Козлов М., Мехоношина В., Молодцова А.
3 вариант	Силантьев К., Фатуллаев Р., Федотов Н.
4 вариант	Филиппова К., Щекоткин Д., Крайнов А.
5 вариант	Ипполитов Е., Князев А., Мухин М., Нестеров А.
6 вариант	Осипов А., Царев Н., Тюленев Д., Штанько А.

Все практические работы выполнять на отдельных листках (оформлять аккуратно, разборчивым почерком) сфотографировать и отправить на электронную почту: olga.georg.gor@yandex.ru