Тема: Целые, рациональные и действительные числа. Приближенное значение величины. Абсолютная и относительная погрешности. Действия с приближенными значениями. Сравнение числовых выражений. Стандартная запись числа. Действия с числами в стандартном виде.

1. **Посмотреть презентацию «Развитие понятия о числе» по ссылке: https://yadi.sk/i/LyfugsjVqsHWNg**
2. **Изучить теоретический материал. Составить краткий конспект (записать определения, примеры).**

1) **Стандартный вид числа.**

Стандартный вид числа — это его запись в виде произведения $a \cdot 10^n$, **где** $1 \leq a < 10$, $n \in Z$.

Число n называется порядком числа, записанного в стандартном виде.

В стандартном виде можно записать любое положительное число.

Как правило, стандартный вид числа используют для записи больших и малых величин.

Примеры.

Записать число в стандартном виде и указать порядок числа:

1) 8 765 000; 2) 12 346 000 000; 3) 723,4; 4) 0,00123; 5) 0,000057; 6) 0,000729; 7) $5430 \cdot 10^5$; 8) $0{,}0321 \cdot 10^8$; $9) 0{,}23 \cdot 10^{-3}$; $10) 475 \cdot 10^{-12}$.

Решение:

Чтобы записать число в стандартном виде, надо представить его в виде произведения, первый множитель которого — число от единицы до десяти ($1 \leq a < 10$), второй — степень десяти.

1) Число 8 765 000 больше 10. Запятой в числе не видим, значит, по умолчанию она находится в конце записи:

8 765 000= 8 765 000,

Если перенести запятую влево на 6 знаков, получим число, большее 1 и меньшее 10:

8,765 000,

На 6 знаков влево запятую переносим при делении числа на миллион:

1 000 000 $=10^6$, то есть данное число разделили на 10^6. Чтобы число не изменилось, умножаем результат на 10^6:

$$8765000 = 8765000 : 10^6 \cdot 10^6 =$$
$$= 8{,}765 \cdot 10^6$$

Получили число, записанное в стандартном виде. Его порядок n=6.

При решении примеров на приведение числа к стандартному виду удобнее деление числа на

10^n

заменить умножением на

10^{-n},

то есть

$$8765000 = 8765000 \cdot 10^{-6} \cdot 10^6 = \\ = 8,765 \cdot 10^6.$$

Итак, ***для приведения к стандартному виду числа, больше либо равного 10, запятую в его записи переносим влево на n цифр и результат умножаем на 10 в степени n:***

$$\mathbf{8,765\,000, = 8,765 \cdot 10^{6}}$$

запятую переносим на 6 цифр влево

результат умножаем на 10^6

2) 12 346 000 000=12 346 000 000,

Чтобы величина первого множителя входила в промежуток от 1 до 10, надо запятую в записи данного числа перенести на 10 знаков влево, а чтобы число не изменилось, умножить результат на 10^{10}:

$$12346000000 = 1,2346 \cdot 10^{10}.$$

Это число записано в стандартном виде. Его порядок n=10.

3) 723,4

Чтобы первый множитель соответствовал условию $1 \leq a < 10$, нужно перенести запятую в записи числа на 2 цифры влево. Чтобы число не изменилось, умножим результат на 10^2:

$723,4 = 7,234 \cdot 10^2$.

Результат — число, записанное в стандартном виде. Его порядок n=2.

4) Чтобы первый множитель в стандартной записи числа удовлетворял условию $1 \leq a < 10$, запятую в 0,00123 нужно перенести на 3 цифры вправо

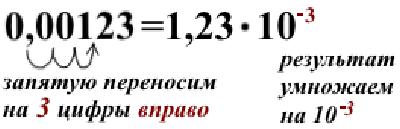
0,00123

что соответствует умножению числа на 10^3. Чтобы число не изменилось, результат умножаем на 10 в минус третьей степени:

$$0,00123 = 1,23 \cdot 10^{-3}.$$

Порядок числа n= -3.

Таким образом, *для приведения к стандартному виду числа, меньшего единицы, запятую в его записи переносим на n цифр вправо и результат умножаем на 10 в степени -n:*



$$5)0,000057 = 5,7 \cdot 10^{-5}$$

Переносим запятую в записи числа на 5 цифр вправо (что соответствует умножению числа на 10^5). Результат умножаем на 10 в минус пятой степени. Порядок числа n= -5.

$$6)0,000729 = 7,29 \cdot 10^{-4}$$

Порядок числа n= -4.

$$7)5430 \cdot 10^5 = 5,43 \cdot 10^3 \cdot 10^5 = 5,43 \cdot 10^8$$

Число 5430 представляем в стандартном виде. Для этого запятую в его записи переносим на 3 цифры влево и результат умножаем на 10^3.Далее выполняем умножение степеней с одинаковыми основаниями.

$$8)0,0321 \cdot 10^8 = 3,21 \cdot 10^{-2} \cdot 10^8 =$$
$$= 3,21 \cdot 10^6$$

Порядок числа n=6.

$$9)0,23 \cdot 10^{-3} = 2,3 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3} =$$
$$= 2,3 \cdot 10^{-4}$$

Порядок числа n= -4.

$$10)475 \cdot 10^{-12} = 4,75 \cdot 10^2 \cdot 10^{-12} =$$
$$= 4,75 \cdot 10^{-10}$$

Порядок числа n= -10.

2) Приближенное значение величины. Абсолютная и относительная погрешности.

В процессе вычислений весьма часто приходится иметь дело с приближенными числами.

Абсолютная погрешность числа. Если a_0 - некоторое число (известное точно), а a - число, принимаемое за приближенное значение числа a_0, то абсолютной погрешностью приближенного числа a называют любое число Δa такое, что

$|a_0 - a| < \Delta a$

Поэтому число a_0 можно записать в виде:

$$a_0 = \mathrm{a} \pm \Delta\mathrm{a}$$

Относительной погрешностью называется отношение абсолютной погрешности к модулю числа a_0

$\delta = \frac{\Delta a}{|a|}$

Значащей цифрой приближенного числа называется всякая его цифра, начиная с первой ненулевой цифры (считая слева направо). Например, в числе 0,00030900 первые четыре нуля не являются значащими цифрами (они служат только для указания десятичных разрядов других цифр). Остальные три нуля являются значащими цифрами.

При записи приближенных чисел важно договориться о том, какие цифры (знаки) в этой записи следует считать верными, а какие - сомнительными. В связи с этим примем следующее определение: пусть а есть приближенное число с абсолютной погрешностью Δа; тогда любая из значащих цифр числа а называется «верной», если Δа не превосходит пяти единиц разряда, следующего за этой цифрой; остальные значащие цифры числа а называются «сомнительными».

При замене числа, выражаемого десятичной дробью, дробью с меньшим числом десятичных знаков допускается погрешность, называемая погрешностью округления.

Приняты следующие правила округления:

Если первый из отбрасываемых знаков дроби меньше пяти, то остальные знаки просто отбрасывают, а стоящие перед ними сохраняют.

Если первый из отбрасываемых знаков больше пяти, то предшествующий знак увеличивают на единицу.

Если первый из отбрасываемых знаков равен пяти, то пригодно любое из указанных правил, но обычно округление производят так, чтобы последний сохраненный знак стал четным.

Примеры округления десятичных дробей: 3,14159⋯≈3,142; $\sqrt{2}$=1,41421⋯≈1,41; 0,693⋯0,7.

<u>Пример 1.</u> Определить абсолютную погрешность, возникающую при замене иррационального числа $\sqrt{3}$=1,7320508⋯его приближенным значением 1,73.

Решение. Имеем a_0=1,7320508⋯,a=1,73. Заменяя точное число a_0 его приближенным значением а, мы допускаем следующую ошибку: $|\sqrt{3}-1{,}73|=0{,}0020508\cdots$. Ясно, что в рассматриваемом случае можно положить Δa=0,003

<u>Пример 2.</u> За приближенное значение числа π иногда принимают 22/7. Какова относительная погрешность этого значения?

Решение. Находим |π−22/7|=|3,14159−3,14285|<0,0015; приняв за Δ число 0,0015, найдем δ=0,0015/3,14 и, снова округляя δ в сторону увеличения, δ=0,0005, или δ=0,05%. Число 22/7 дает приближенное значение π с точностью до 0,05%.

<u>Пример 3.</u> Пусть: ***a*** = 23,1834567 и ***b*** = -4,2375.

Найдите сумму и разность с точностью до одной сотой.

Решение:

Чтобы вычислить приближённую сумму, разность двух чисел, надо округлить эти числа с одинаковой точностью, затем выполнить сложение или вычитание.

Решение: округляем до 0,01.

$\boldsymbol{a}$ =23,18|34567 ≈ 23,18 и $\boldsymbol{b}$ = -4,23|75 ≈ -4,24.

Находим:

$\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} \approx 23{,}18 + (-4{,}24) = 18{,}94$.

$\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b} \approx 23{,}18 - (-4{,}24) = 23{,}18 + 4{,}24 = 27{,}42$..

Ответ: 18,94; 27,42.

Пример 4. Пусть: $\boldsymbol{a}$ = 135,78665 и $\boldsymbol{b}$ = 0,0068751. Найдите произведение и частное чисел, округлите результат до третьей значащей цифры.

Решение.

Чтобы вычислить приближённо произведение, частное двух чисел, надо округлить эти числа с одинаковой точностью, затем выполнить умножение или деление, затем округлить результат до той же значащей цифры.

Округляем до третьей значащей цифры, получим:

$\boldsymbol{a} \approx 136$ и $\boldsymbol{b} \approx 0{,}00688$.

Находим:

$\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} \approx 136 \cdot 0{,}00688 = 0{,}93568 \approx 0{,}936$.

$\boldsymbol{a} : \boldsymbol{b} \approx 136 : 0{,}00688 = 197|67{,}4 \approx 19800$.

Ответ: 0,936; 19800.

3. Выполнить практическую работу (в рабочих тетрадях):

1. Выписать из данных чисел:

$$\pi; \quad -9,8; \quad -\sqrt{130}; \quad 0; \quad -\frac{1}{25}; \quad 23\frac{1}{6}; \quad 2\sqrt{3}+5; \quad 11; \quad 0,5; \quad 152; \quad 1,020220222\ldots.$$

Натуральные:

Целые:

Рациональные:

Иррациональные:

2. Округлить число 734,256 до десятых, найти абсолютную и относительную погрешности округления